



UTFSM Tarea 06, MAT-240

Entregar Miercoles 10 de Octubre de 2012

Se sabe que las oscilaciones libres de un péndulo de brazo inelástico l y masa m , están modeladas por la ecuación diferencial

$$\ddot{x} = -\frac{g}{l} \sin x$$

donde g designa la gravedad y x designa el ángulo de rotación, medido en radianes.

- i) Si se considera $\dot{x} = y$ (velocidad angular) . Reemplazar equivalentemente la EDO. de segundo orden por un sistema de dos ecuaciones diferenciales de primer orden.
- ii) Sea $X = (X_1, X_2)$, el campo de vectores asociado al sistema i). Demuestre que existe una función escalar $H : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, tal que

$$\frac{\partial H}{\partial y} \equiv -X_1 \quad , \quad \frac{\partial H}{\partial x} \equiv X_2$$

La función H se llama Hamiltoniana del Campo de vectores X .

- iii) Demostrar que los niveles de la función Hamiltoniana son órbitas del campo de vectores X .
- iv) Interpretando los niveles de la función Hamiltoniana, haga un bosquejo del retrato de fases del campo de vectores, (equivalentemente retrato de fases del sistema i)).