UTFSM
Tarea 02, MAT-240
Entregar Miercoles 29 de Agosto de 2012

1.- En cada uno de los siguientes ejemplos, encontrar o demostrar que no existe una constante de Lipschitz en los dominio indicados:

$$f(t,x) = \begin{cases} t|x| & , \quad |t| < a, x \in \mathbb{R}^n. \\ x^{\frac{1}{3}} & , \quad |x| < 1. \\ \dfrac{1}{x} & , \quad 1 \leq x < \infty \\ (x_1^2 x_2, t + x_3, x_3^2) & , \quad |x| \leq b, |t| \leq a \end{cases}$$

2.- Sea $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definida por $f(x,y) = \sqrt{|y|}$. Considere la ecuación diferencial $\dfrac{dy}{dx} = f(x,y)$ con la condición inicial $y(0) = 0$.

i) Encuentre una solución de la EDO.

ii) ¿ La solución encontrada es única ?.

iii) En el caso que la respuesta de ii) sea negativa , ¿ Contradice el Teorema de Picard ?. Justifique la respuesta.

Indicación: Use el método de variables separables para encontrar la siguiente solución:

$$y(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2}{4} & , \quad x \geq 0 \\ -\dfrac{x^2}{4} & , \quad x \leq 0 \end{cases}$$